

Eesti LXXI matemaatikaolümpiaad
TALLINNA KOOLIVOOR
11. jaanuaril 2024. a. Tallinnas
XII klass

Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

- Laos on kahte tüüpi kanistreid, kuhu mahub kokku 700 liitrit vedelikku. Kui kõik kanistrid oleks esimest tüüpi, siis mahuks nendesse kanistritesse kokku 100 liitri võrra rohkem vedelikku. Kui kõik kanistrid oleks teist tüüpi, siis mahuks neisse kokku 400 liitrit vähem vedelikku. Leidke, mitu liitrit kokku mahutavad laos olevad esimest tüüpi kanistrid ja mitu liitrit kokku teist tüüpi kanistrid.
- Olgu A kõigi ühekohaliste naturaalarvude summa, B kõigi kahekohaliste naturaalarvude summa ja C kõigi kolmekohaliste naturaalarvude summa.
 - Leidke arvude B ja C suurim ühistegur.
 - Milliste naturaalarvude m ja n korral on $C = m \cdot A + n \cdot B$, kusjuures $m - n = 10^k$, kus k on vähim võimalikest naturaalarvudest?
- Kolmnurgas ABC on külge AB lühem küljest AC . Tipust A tõmmatud nurgapoolitaja ja külge BC keskristsirge lõikuvad punktis O . Sirgel AB on valitud punkt K nii, et lõik OK on risti sirgega AB . Avaldage lõigu BK pikkus külgede AB ja AC pikkuste kaudu.
- Leidke y -teljel punkt, mida läbivad parabooli $y = x^2 - 2x + 3$ kaks teineteisega ristuvat puutujat.
- Tasandil asuva kolme ringjoone paarikaupa lõikumisel tekib 7 erinevat piirkonda. Joonisel on igasse piirkonda kirjutatud üks täht. Mari asendas iga tähe ühega naturaalarvudest 1 kuni 7 nii, et igas ringis asuva nelja arvu summa oli täpselt S (erinevatele tähtedele vastasid erinevad arvud).
 - Leidke summa S vähim võimalik väärtus.
 - Kas on võimalik selline arvude 1 kuni 7 paigutus, et $S = 21$?

